Степень с рациональным и действительным показателями

1. Запишем выражение

$$\mathbf{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}\text{ , где } m \in Z,\ n \in N,\ a > 0.$$

2. Положим, что a<0, тогда при n четном нельзя будет извлечь корень, значит a какое число? Положительное.

3. Какое число у нас в степени? Рациональное. Положим, что m/n=x, тогда справедливы следующие свойства для a^x:

1) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$.

2) $a^x : a^y = a^{x-y}$.

3) $(a^x)^y = a^{xy}$.

4) $(ab)^x = a^x \cdot b^x$.

5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$, кроме того:

6) $a^x > 1$ при $a > 1,\ x > 0$.

4. Рассмотрим три следствия:

1. Пусть $a > 0,\ a \neq 1,\ a^{x_1} = a^{x_2}$. Тогда $x_1 = x_2$.

2. Пусть $x_1 < x_2$ и $a > 1$. Тогда $a^{x_1} < a^{x_2}$;

$0 < a < 1, \qquad a^{x_1} > a^{x_2}$.

3. Пусть $0 < x_1 < x_2$ и $p > 0$. Тогда $x_1^p < x_2^p$;

$p < 0, \qquad x_1^p > x_2^p$.

№55,№56-устно по очереди.

55 **(Устно.) Представить в виде степени с рациональным показателем:**

1) $\sqrt{x^3}$; 2) $\sqrt[3]{a^4}$; 3) $\sqrt[4]{b^3}$; 4) $\sqrt[5]{x^{-1}}$; 5) $\sqrt[6]{a}$; 6) $\sqrt[7]{b^{-3}}$.

56 **(Устно.) Представить в виде корня из степени с целым показателем:**

1) $x^{\frac{1}{4}}$; 2) $y^{\frac{2}{5}}$; 3) $a^{-\frac{5}{6}}$; 4) $b^{-\frac{1}{3}}$; 5) $(2x)^{\frac{1}{2}}$; 6) $(3b)^{-\frac{2}{3}}$.

№60(1)-учитель с классом.

Решение.

$$\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}} = 16^{0,75} + 8^{\frac{4}{3}} = 16^{\frac{3}{4}} + 8^{\frac{4}{3}} = \sqrt[4]{16^3} + \sqrt[3]{8}$$

№60 (2)-самостоятельно.

№60(3)-на доске.

№60(4)-под диктовку.

60 1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $(0,04)^{-1,5}-(0,125)^{-\frac{2}{3}}$;

3) $8^{\frac{9}{7}}:8^{\frac{2}{7}}-3^{\frac{6}{5}}\cdot 3^{\frac{4}{5}}$; 4) $\left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5}+\left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}$.

Ответ: 2) 121;3)-1;4) 150.

На доске по очереди выполняются номера: № 69 (1,4), № 70 (3), №71(1,3).

Ответ: № 69 (1) 4; (4) $-\frac{624}{625}$;

№ 70 (3) 3;

№ 71 (1) 5; (3) $\frac{24}{5}$.

Вычислить (69—71).

69 1) $2^{2-3\sqrt{5}}\cdot 8^{\sqrt{5}}$; 2) $3^{1+2\sqrt[3]{2}}:9^{\sqrt[3]{2}}$;

3) $(5^{1+\sqrt{2}})^{1-\sqrt{2}}$; 4) $(5^{1-\sqrt{5}})^{1+\sqrt{5}}-(\sqrt{5})^{0}$.

70 1) $2^{1-2\sqrt{2}}\cdot 4^{\sqrt{2}}$; 2) $3^{2-3\sqrt{3}}\cdot 27^{\sqrt{3}}$;

3) $9^{1+\sqrt{3}}\cdot 3^{1-\sqrt{3}}\cdot 3^{-2-\sqrt{3}}$; 4) $4^{3+\sqrt{2}}\cdot 2^{1-\sqrt{2}}\cdot 2^{-4-\sqrt{2}}$.

71 1) $\frac{10^{2+\sqrt{7}}}{2^{2+\sqrt{7}}\cdot 5^{1+\sqrt{7}}}$; 2) $\frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}}\cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$;

3) $(25^{1+\sqrt{2}}-5^{2\sqrt{2}})\cdot 5^{-1-2\sqrt{2}}$; 4) $(2^{2\sqrt{3}}-4^{\sqrt{3}-1})\cdot 2^{-2\sqrt{3}}$.

№76-работа в парах с взаимопроверкой. Первые парты выполняют первый пример, вторые - второй и т. д. Ученики, сидящие за одной партой, выполнив задание, обмениваются тетрадями. Устно проверяются ответы.

76 **Вычислить:**

1) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+810000^{0,25}-\left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}}$; 2) $27^{\frac{2}{3}}-(-2)^{-2}+\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$;

3) $(0,001)^{-\frac{1}{3}}-2^{-2}\cdot 64^{\frac{2}{3}}-8^{-1\frac{1}{3}}$; 4) $(-0,5)^{-4}-625^{0,25}-\left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}$.

Ответ: 1) 36,5; 2) $5\frac{15}{16}$; 3) $9\frac{5}{12}$; 4) $10\frac{19}{27}$.

Пусть $x_1 < x_2$. Если $a > 1$, то $a^{x_1} < a^{x_2}$.
Если $0 < a < 1$, то $a^{x_1} > a^{x_2}$.

Пользуясь этими свойствами, устно выполнить № 72(5,6),

72 **Выяснить, какое из чисел больше:**

1) $3^{\sqrt{71}}$ или $3^{\sqrt{69}}$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ или $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$;

3) $4^{-\sqrt{3}}$ или $4^{-\sqrt{2}}$; 4) $2^{\sqrt{3}}$ или $2^{1,7}$;

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1,4}$ или $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$; 6) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\pi}$ или $\left(\frac{1}{9}\right)^{3,14}$.

2) Дифференцированное задание.

Уровень I (более слабый): № 63, 64, 65.

63 Вынести общий множитель за скобки:

1) $x^{\frac{1}{2}}+x$; 2) $(ab)^{\frac{1}{3}}+(ac)^{\frac{1}{3}}$; 3) $y^{\frac{3}{4}}-y^{\frac{1}{3}}$; 4) $12xy^{\frac{1}{2}}-3x^{\frac{1}{2}}y$.

64 Пользуясь тождеством $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, разложить на множители:

1) $a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$; 2) $y^{\frac{2}{3}}-1$; 3) $a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}$;

4) $x-y$; 5) $4a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$; 6) $0{,}01m^{\frac{1}{6}}-n^{\frac{1}{6}}$.

65 Разложить на множители, используя тождество $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ или $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$:

1) $a-x$; 2) $x^{\frac{3}{2}}-y^{\frac{3}{2}}$; 3) $a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}$; 4) $27a+c^{\frac{1}{2}}$.

Уровень II: № 66,67.

66 Сократить дробь:

1) $\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}}$; 2) $\dfrac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{m+2\sqrt{mn}+n}$; 3) $\dfrac{c-2c^{\frac{1}{2}}+1}{\sqrt{c}-1}$.

67 Упростить выражение $\dfrac{c^{\frac{3}{2}}}{c^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{cb^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}-c^{\frac{1}{2}}}+\dfrac{2c^2-4cb}{c-b}$.

Учащиеся работают самостоятельно. Решение всех заданий демонстрируется на доске (с № 63 до № 67).

ИНФОРМАЦИЯ О ДОМАШНЕМ ЗАДАНИИ

№ 69 (2), № 70 (2, 4), № 71 (2, 4), № 79, № 85 (2,4).

Литература:

Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. и др. Алгебра и начала математического анализа. Базовый и углубленный уровни. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций – М., 2016